

Camila Carvalho Teodoro
IFSULDEMINAS – Campus Passos
camila1.teodoro@alunos.ifsuldeminas.edu.br

Rodrigo Ferreira de Abreu
IFSULDEMINAS – Campus Poços de Caldas
rodrigo.abreu@ifsuldeminas.edu.br

Aplicação comparativa dos modelos de crescimento Logístico e de Gompertz para a modelagem da dengue em Passos, MG entre 2023 e 2024

Resumo

Este estudo analisa a dinâmica epidemiológica da dengue no município de Passos (MG) entre setembro de 2023 e agosto de 2024. Foram aplicados modelos de crescimento não linear logístico e de Gompertz, baseados na característica de população finita e na progressão do contágio através das fases de aceleração e estabilização. O principal objetivo foi identificar o ponto de inflexão das curvas epidemiológicas para subsidiar a tomada de decisões. Os cálculos e a modelagem foram realizados utilizando o software R. A validação estatística foi conduzida por meio dos testes de Shapiro-Wilk (normalidade), Durbin-Watson (independência) e Breusch-Pagan (homocedasticidade). Para a comparação dos modelos, foram utilizados o Desvio Padrão Residual (DPR), a Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQR), o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC). Os resultados indicam que o modelo logístico apresentou melhor ajuste aos dados observados em comparação ao modelo de Gompertz. Considerando o ciclo biológico do vetor, a análise sugere que o período estratégico para intervenções de manejo começa em outubro, antes da fase de aceleração no número de casos. Esse momento é essencial para que os gestores de saúde incentivem a vacinação, promovam ações educativas sobre a dengue e eliminem criadouros para reduzir a incidência da doença.

Palavras-chave: Dengue; Modelos não lineares de crescimento; Modelo Logístico; Modelo de Gompertz.

Comparative Application of Logistic and Gompertz Growth Models to Dengue Dynamics in Passos, Brazil (2023–2024)

Abstract

This study analyzes the epidemiological dynamics of dengue in the municipality of Passos (MG) between September 2023 and August 2024. Logistic and Gompertz non-linear growth models were applied, based on the finite population characteristic and the progression of contagion through acceleration and stability phases. The main objective was to identify the inflection point of the epidemiological curves to support decision-making schedules. Calculations and modeling were performed using R software. Statistical validation was conducted through Shapiro-Wilk (normality), Durbin-Watson (independence), and Breusch-Pagan (homoscedasticity) tests. For model comparison, the Residual Standard Deviation (RSD), Sum of Squared Residuals (SSR), Akaike Information Criterion (AIC), and Bayesian

Information Criterion (BIC) were used. Results indicate that the Logistic model showed higher adherence to the observed data compared to the Gompertz model. Considering the biological cycle of the vector, the analysis suggests that the strategic period for management interventions begins in October, prior to the acceleration phase in case counts. This timing is essential for health managers to encourage vaccination, promote educational actions regarding dengue, and eliminate breeding sites to reduce the incidence of the disease.

Keywords: Dengue, Nonlinear growth models, Logistic Model, Gompertz Model.

Introdução

A dengue é uma arbovirose causada por quatro sorotipos virais distintos (DENV-1, DENV-2, DENV-3 e DENV-4), os quais, segundo Lima-Camara (2024), circulam no Brasil desde 1986. Ainda de acordo com a autora, a disseminação da doença em áreas urbanas constitui um desafio permanente para a saúde pública, sendo influenciada por múltiplos fatores, entre os quais se destacam a elevada densidade populacional, o crescimento urbano desordenado, as altas temperaturas e os regimes pluviométricos que favorecem a proliferação do vetor.

No que se refere à transmissão da dengue para os seres humanos, esta ocorre no ciclo urbano por meio da picada de fêmeas do mosquito *Aedes aegypti*. Essas fêmeas possuem comportamento endofílico, habitando o interior das residências e depositando seus ovos em recipientes com água limpa. Uma característica relevante desse vetor é o hábito de interromper a sucção de sangue repetidamente, o que permite que um único mosquito pique diversas pessoas em um curto intervalo de tempo, explicando a ocorrência de múltiplos casos em um mesmo domicílio sob o mesmo período de incubação. Embora o *Aedes albopictus* também possa estar presente em áreas próximas a domicílios, ele possui hábitos mais silvestres e não apresenta preferência exclusiva pelo ser humano (BRASIL, 2024a).

De maneira geral, a dengue é uma doença cuja maioria dos casos é assintomática, mas que pode se manifestar em diferentes níveis de gravidade. Em muitos indivíduos, ela surge como um quadro febril inespecífico, muitas vezes confundido com outras viroses ou gripes. No entanto, a enfermidade possui uma evolução dinâmica e pode progredir para formas graves, caracterizadas por complicações como hemorragias intensas e a síndrome de extravasamento capilar. Essa evolução para quadros críticos pode levar ao estado de choque, falência de múltiplos órgãos e, conseqüentemente, ao óbito do paciente em poucas horas se não houver a intervenção médica adequada (BRASIL, 2024a).

A respeito da vacinação, o cenário de prevenção evoluiu com o registro de diferentes tecnologias imunizantes no país. A primeira vacina contra a dengue registrada no Brasil, em

2015, foi a Dengvaxia (sanofi-aventis), uma vacina de vírus vivo atenuado que atua estimulando a produção de anticorpos contra os quatro sorotipos, sendo indicada exclusivamente para indivíduos que já tiveram infecção prévia (BRASIL, 2015). Posteriormente, em 2023, foi aprovada a Qdenga (Takeda), também composta por vírus vivos atenuados, mas desenvolvida a partir de uma estrutura genética que permite a aplicação tanto em pessoas que já tiveram a doença quanto em indivíduos que nunca tiveram contacto com o vírus (BRASIL, 2023). Mais recentemente, em 2025, a Anvisa publicou o registo da vacina do Instituto Butantan (Butantan-DV), um imunizante tetravalente de dose única que utiliza tecnologia de vírus enfraquecidos para garantir proteção robusta e duradoura contra as variantes circulantes (BRASIL, 2025).

A partir de 2023, a estratégia do governo federal focou na aplicação da vacina Qdenga pelo Sistema Único de Saúde (SUS), priorizando crianças e adolescentes de 10 a 14 anos. Devido à oferta limitada de doses pelo fabricante, a imunização é direcionada progressivamente a municípios de grande porte com alta transmissão e predominância do sorotipo DENV-2 (BRASIL, 2024b).

Há que se destacar que, para que o resultado seja efetivo em larga escala, a vacinação deve ser combinada com o combate do vetor, que se prolifera em água parada, de forma que medidas preventivas são essenciais. Dentre essas medidas, deve-se manter vedados recipientes como caixas d'água, tonéis e galões, além de limpar calhas e bandejas de ar-condicionado com frequência.

A importância dessas ações integradas é evidenciada quando consideramos o número de casos de dengue em períodos recentes. Haider et al. (2025) destacam os níveis recordes em todo o mundo, de 6,5 milhões de casos e 7.000 óbitos registrados em 2023, e 14,1 milhões de casos e mais de 9.500 óbitos em 2024. No Brasil, dados do Ministério da Saúde (BRASIL, 2024a, 2024b) apontam para mais de 1,6 milhão de casos em 2023 e 6,5 milhões de casos em 2024, o coloca o país como sendo um dos principais afetados pela doença no mundo.

Este cenário epidemiológico também se verificou no contexto local do município de Passos – MG, objeto de estudo desta pesquisa. Assim como ocorreu no restante do Brasil, os anos de 2023 e 2024 apresentaram elevada quantidade de registros, totalizando 13.266 e 18.011 casos, respectivamente, o que chega a representar mais de 15% da população local, no caso do ano 2024, o que aponta para uma vulnerabilidade da região diante das condições ambientais e da circulação viral.

Diante dessa complexidade epidemiológica, o uso de ferramentas que auxiliem no monitoramento da doença torna-se importante para subsidiar ações mais efetivas de saúde pública. Neste sentido, uma possibilidade é a aplicação de modelos matemáticos e estatísticos que identifiquem parâmetros como a velocidade de contágio e a previsão do número máximo de casos.

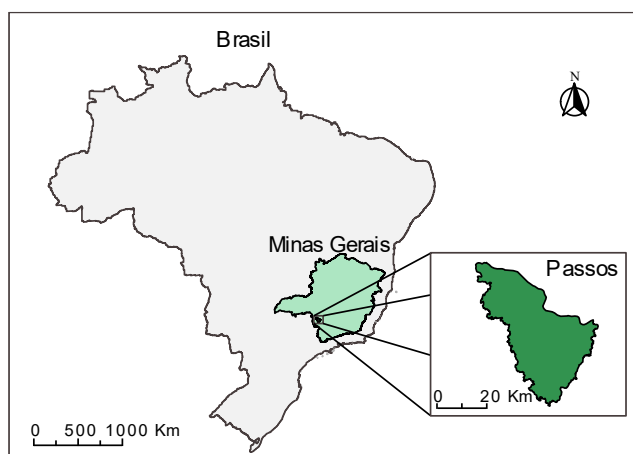
Neste trabalho, o objetivo foi analisar a aplicação dos modelos não lineares de crescimento Logístico e Gompertz aos casos de dengue em Passos-MG, no período de setembro de 2023 a agosto de 2024. Este intervalo compreende o ciclo completo da estação chuvosa, período em que historicamente se concentra a maior carga da doença. Buscou-se identificar qual dos modelos apresenta o melhor ajuste ao comportamento epidemiológico local, permitindo determinar parâmetros importantes como a velocidade de infecção e o ponto de inflexão — este último refletindo o momento em que a taxa de infecção atinge seu ápice e começa a desacelerar, fornecendo uma visão precisa sobre a dinâmica da epidemia no município.

MATERIAL E MÉTODOS

Área de estudo

O município de Passos (Figura 01) localiza-se na região sudoeste do estado de Minas Gerais, situado a uma latitude de $20^{\circ} 43' 01''$ S e longitude de $46^{\circ} 36' 39''$ O. A cidade apresenta uma altitude média de 745 metros acima do nível do mar e encontra-se a 347 km da capital, Belo Horizonte.

Figura 01: Localização de Passos – MG



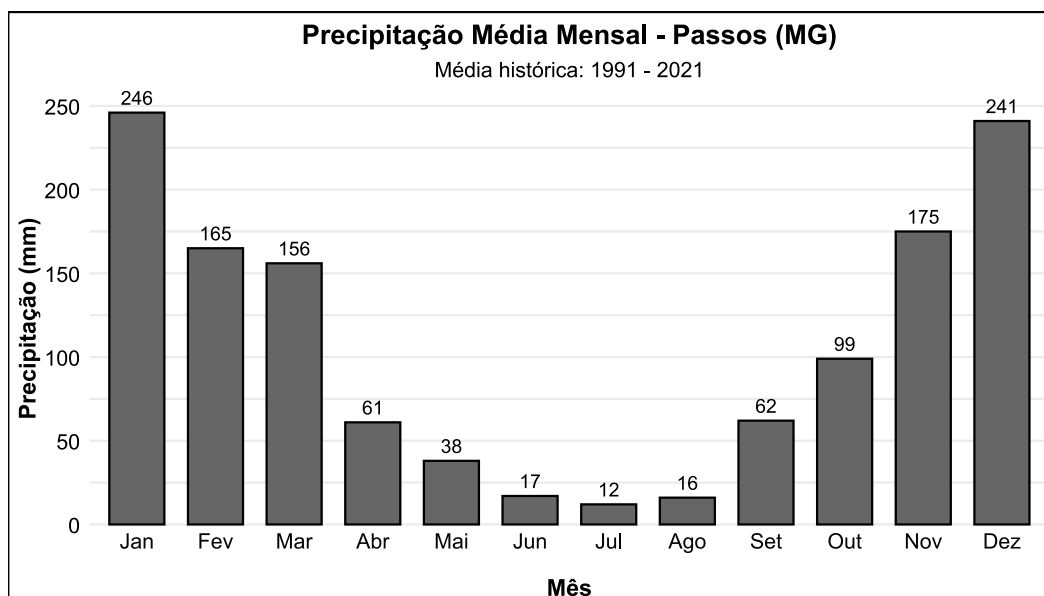
Fonte: Elaborado com auxílio da biblioteca geoBR (PEREIRA et al.; 2023)

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2023), o município possui uma área territorial de 1.338,070 km² e, conforme o Censo Demográfico de 2022, registrou uma população residente de 111.939 habitantes, o que resulta em uma densidade demográfica de 83,66 hab./km².

Quanto aos aspectos climáticos, o município é caracterizado pelo clima Tropical de Altitude, apresentando temperatura média anual superior a 18 °C e inverno seco. Dados da estação meteorológica automática do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET), em operação no município desde 2006, indicam uma variabilidade térmica com registros extremos que variam de uma mínima de 0,4 °C, ocorrida em julho de 2019, a uma máxima de 39,3 °C, registrada em outubro de 2020 (PASSOS, 2026).

O regime de chuvas em Passos é caracterizado por uma sazonalidade bem definida, com um período chuvoso concentrado entre os meses de outubro e março, e uma estação seca entre abril e setembro (CLIMATE-DATA, 2026). Com base na série histórica de 1991 a 2021 (Figura 02), os maiores acumulados médios ocorrem em janeiro (246 mm) e dezembro (241 mm), enquanto os índices mais baixos são registrados em julho (12 mm) e agosto (16 mm).

Figura 02: Dados históricos de precipitação em Passos



Fonte: Adaptado de Climate-Data (2026)

Conjunto de dados

Neste trabalho foram analisados os registros mensais de dengue no município de Passos–MG, em um recorte temporal que se estende de setembro de 2023 a agosto de 2024.

A delimitação desse intervalo justifica-se pela ocorrência de um surto epidemiológico na região, que contabilizou 13.010 e 17.805 notificações, respectivamente, nos anos citados.

Considerando que a sazonalidade pluvial favorece a proliferação do vetor, o estudo iniciou-se no princípio da primavera, momento marcado pela elevação dos índices pluviométricos. O monitoramento foi concluído ao término do período seco subsequente, abrangendo assim o ciclo completo de maior atividade da doença.

Os dados foram extraídos do Sistema de Informação de Agravos de Notificação (SINAN), sob responsabilidade da Secretaria de Vigilância em Saúde e Ambiente (SVSA) do Ministério da Saúde, com acesso realizado por meio da plataforma TABNET/DATASUS (BRASIL, 2025). Para a análise, aplicaram-se os modelos não lineares Logístico e Gompertz, fundamentados no comportamento sigmoide adequado para descrever o crescimento acumulado de casos ao longo do tempo.

Modelos não lineares

Em um surto de dengue, como no período considerado para a pesquisa, o número acumulado de casos forma uma trajetória sigmoideal (em formato de “S”). Na fase inicial o contágio é lento, devido a casos silenciosos, poucos mosquitos infectados e baixos números de casos confirmados. À medida que o vírus se espalha, os casos entram em uma fase acelerada da curva.

Os modelos não lineares de crescimento contribuem para que os gestores de saúde pública possam identificar a taxa de infecção, ponto de inflexão e prever teto. A taxa de infecção é a velocidade do contágio em sua fase mais crítica. É possível encontrar o ponto de inflexão, momento que os novos casos diminuam, servindo para avaliar o efeito das medidas de controle ou indicar se o surto atingiu seu ápice natural. A previsão de casos possibilita estimar o número total até o fim epidemiológico.

Um modelo não linear qualquer é aquele em que a relação entre a variável resposta y e uma ou mais variáveis explicativas x não pode ser expressa como uma combinação linear simples dos parâmetros. Um exemplo genérico é:

$$y_i = f(x_i; \theta) + \varepsilon_i$$

em que y_i é a variável dependente, em que o valor está sendo modelado ou previsto a partir da observação x_i (variável independente); $f(x_i; \theta)$ é a função não linear que descreve a relação

entre y e x ; θ é o vetor de parâmetros do modelo, onde os valores são estimados a partir dos dados e ε_i é o erro aleatório.

A seguir, apresentam-se as especificações dos modelos utilizados nesta pesquisa.

Modelo Logístico

O modelo Logístico foi proposto por Verhulst (1838,1845), inicialmente com o objetivo de descrever o aumento da população humana e era dado a partir da equação diferencial ordinária

$$\frac{dy}{dt} = ry \left(1 - \frac{y}{k}\right)$$

em que $y(t)$ é o tamanho da população no tempo t ; r é taxa intrínseca de crescimento e k é a capacidade de suporte (valor assintótico). A partir de uma reparametrização da solução desta equação diferencial, chega-se ao modelo que aqui utilizamos e que é dado por

$$y(t) = \frac{k}{1 + e^{-r(t-m)}} + \varepsilon_i$$

em que m é o ponto de inflexão e ε_i é o termo do erro aleatório.

A função logística apresenta um ponto de inflexão de coordenadas $(m, k/2)$, de onde vem a simetria da função, visto que o ponto de inflexão da função se encontra na metade do valor assintótico k (FRÜHAUF, 2018).

No contexto da dengue, o modelo pode ser utilizado para descrever o número acumulado de casos, ao longo do período. O parâmetro k representa o total acumulado de indivíduos infectados; r sugere a velocidade de propagação da dengue e m representa o momento de incidência máxima (pico de casos) a partir do qual muda a curvatura de casos acumulados.

Modelo de Gompertz

O matemático Benjamin Gompertz, em 1825 desenvolveu o modelo que leva o seu nome, com a finalidade de estudar as tábuas de vida, cuja a finalidade era descrever a taxa de mortalidade humana. Assim como o modelo Logístico, considera-se a existência de limitantes. Esse modelo se comporta tendo um crescimento exponencial e no fim desacelera o crescimento, até atingir o equilíbrio (RODRÍGUEZ CARRILLO; ULLOA IBARRA, 2017). A expressão matemática do modelo de Gompertz, dada por

$$y(t) = ke^{-ae^{bt}}$$

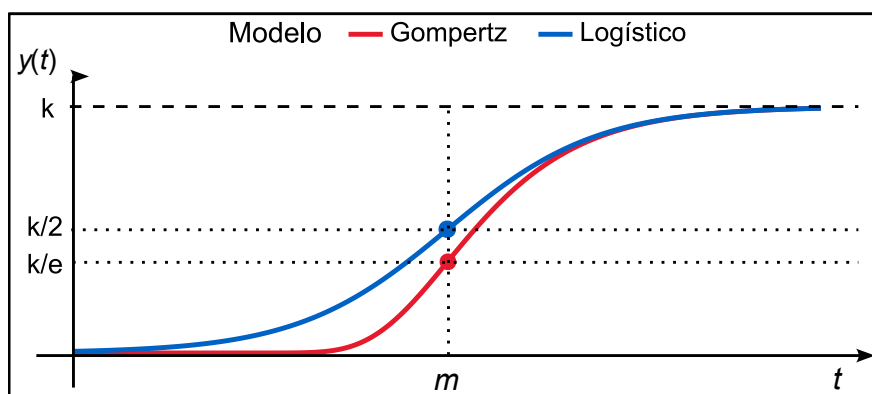
em que k é a assíntota superior (valor máximo teórico da variável); a é o deslocamento horizontal da curva; b é a velocidade com que a função atinge a assíntota k e t é o tempo.

Segundo Frühauf (2018), diferente do Modelo Logístico, o Modelo Gompertz apresenta como ponto de inflexão as coordenadas $(m, \frac{k}{e})$. Como $\frac{k}{e} < \frac{k}{2}$ conclui-se que o ponto de inflexão deste modelo é alcançado antes do Modelo Logístico.

No contexto da dengue, este modelo também é utilizado para descrever o número acumulado de casos, ao longo do período. Também podemos estabelecer uma relação entre os parâmetros e o contexto epidemiológico, em que k representa o total acumulado de indivíduos infectados; a relaciona-se ao momento inicial da epidemia e à vulnerabilidade inicial da população e m representa a taxa de propagação da doença.

A Figura 03 a seguir mostra um comparativo entre os modelos Logístico e de Gompertz:

Figura 03: Modelos Gompertz e Logístico



Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Estimação dos parâmetros dos modelos

Nos modelos lineares, os parâmetros podem ser estimados pelos métodos dos Mínimos Quadrados, da Máxima Verossimilhança e dos Momentos, sendo que, sob condições usuais, esses estimadores admitem solução analítica fechada.

Por outro lado, em modelos não lineares, embora os métodos dos Mínimos Quadrados e da Máxima Verossimilhança também possam ser empregados, a obtenção dos estimadores geralmente não possui solução explícita. Nesses casos, torna-se necessário o uso de procedimentos numéricos iterativos, tais como os métodos de Gauss-Newton,

Newton–Raphson, Jacobi, entre outros. No caso deste trabalho foram considerados os métodos dos Mínimos Quadrados e de Gauss-Newton para a estimação dos parâmetros.

Análise de resíduos

A análise dos resíduos constitui etapa fundamental no processo de modelagem por regressão, pois permite avaliar a adequação do modelo aos dados observados. Por meio dessa análise, verifica-se se as suposições estatísticas (normalidade, homocedasticidade e independência) associadas ao termo de erro (ϵ_i) são razoavelmente atendidas, o que é essencial para assegurar a confiabilidade das estimativas e a validade das inferências realizadas.

A verificação desses pressupostos foi realizada por meio dos testes Shapiro-Wilk, para a normalidade, Breusch-Pagan para a homoscedasticidade e o teste Durbin-Watson, para a independência. A comparação entre modelos estatísticos não deve se basear apenas em um único critério de ajuste, uma vez que diferentes medidas capturam aspectos distintos do desempenho do modelo. Enquanto algumas métricas avaliam diretamente a magnitude dos erros de ajuste, outras incorporam penalizações relacionadas à complexidade do modelo, favorecendo estruturas mais parcimoniosas.

Na literatura tem-se a recomendação da utilização conjunta de múltiplos critérios, permitindo uma avaliação mais abrangente e equilibrada e reduzindo o risco de seleção de modelos superajustados ou inadequadamente especificados (KUTNER et al., 2005; SEBER; WILD, 2003; BURNHAM; ANDERSON, 2002). Nesse contexto, foram considerados o Desvio Padrão Residual (DPR), a Soma de Quadrados dos Resíduos (SQRes), o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC), descritos a seguir.

Desvio Padrão Residual (DPR)

De acordo com Ribeiro (2015), o Desvio Padrão Residual (DPR) é uma medida da dispersão média dos resíduos em torno dos valores ajustados pelo modelo, sendo calculado por meio da expressão

$$DPR = \sqrt{\frac{QMR}{n-p}}$$

em que QMR é o quadrado médio residual, n é o número de observações e p é o número de parâmetros.

O DPR pode ser interpretado como uma estimativa da variabilidade não explicada pelo modelo. Assim, quanto menor o seu valor, melhor tende a ser o ajuste, pois isso indica menor dispersão dos resíduos e, conseqüentemente, maior proximidade entre os valores observados e os valores preditos.

Soma de Quadrados dos Resíduos (SQRes)

A soma dos quadrados dos resíduos SQRes é dada por

$$SQRes(\theta) = \sum_{i=1}^n \varepsilon^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i; \theta))^2$$

em que y_i corresponde aos valores observados da variável dependente (casos de dengue), $f(x_i; \theta)$ número de casos esperados e n é número total observado (total de meses).

Por representar a soma das discrepâncias quadráticas entre os valores observados e os valores ajustados, essa medida quantifica diretamente o erro total de ajuste do modelo. Assim, modelos que apresentam menores valores de SQRes indicam maior proximidade entre os dados observados e as predições estimadas. No entanto, a SQRes não incorpora penalização explícita para o número de parâmetros estimados, podendo favorecer modelos mais complexos. Dessa forma, sua utilização é mais adequada quando comparados modelos ajustados ao mesmo conjunto de dados e com estruturas de complexidade semelhantes, que é o caso deste trabalho.

Crítérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC)

Diferentemente de medidas baseadas exclusivamente no erro residual, esses critérios incorporam penalizações associadas à complexidade do modelo. O Critério de Informação de Akaike (AIC) foi proposto por Akaike (1974) e é definido por:

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2p$$

em que $\ln L(\hat{\theta})$ é o o logaritmo natural da função de verossimilhança avaliada no estimador dos parâmetros e p corresponde ao número de parâmetros estimados no modelo. Entre modelos concorrentes ajustados ao mesmo conjunto de dados, aquele que apresentar menor valor de AIC é considerado preferível.

O Critério de Informação Bayesiano (BIC), proposto por Schwarz (1978), possui formulação semelhante, diferenciando-se por uma penalização maior associada ao número de parâmetros:

$$BIC = -2\ln L(\hat{\theta}) + p \ln(n)$$

em que n é o número de observações utilizadas no ajuste do modelo e p é o número de parâmetros estimados. O BIC tende a favorecer modelos mais parcimoniosos, especialmente em amostras grandes, uma vez que o termo $p \ln(n)$ cresce com o tamanho da amostra. Assim como no AIC, o modelo preferido é aquele que apresenta o menor valor do critério.

Software

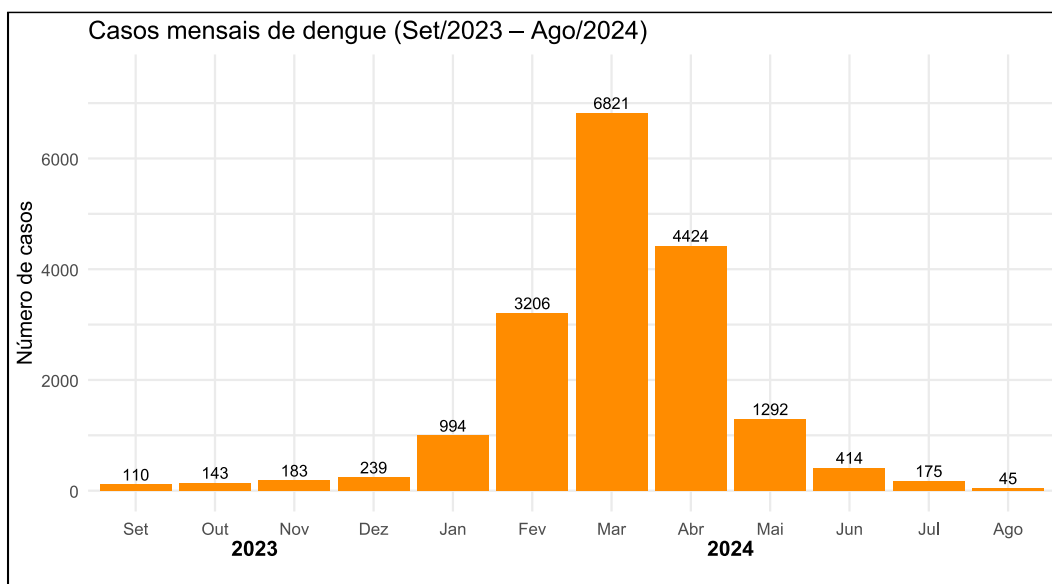
Todas as análises foram realizadas no software R (R Core Team, 2025). Para o ajuste dos modelos Logístico e Gompertz, foi utilizada a função `nls` pertencente ao pacote base do R, com o objetivo de estimar parâmetros de regressão não linear. A análise dos resíduos foi realizada com o auxílio do pacote `lmtest` (ZEILEIS; HOTHORN, 2002). A elaboração dos gráficos foi efetuada por meio do pacote `ggplot2` (WICKHAM, 2016).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Análise exploratória

O gráfico abaixo (Figura 04), mostra a ocorrência mensal dos casos de dengue dentro do período em estudo no município de Passos-MG, que dentro deste período totalizam os 18.046 casos.

Figura 04: Ocorrência mensal dos casos de dengue durante o período em estudo.



Fonte: Elaborado a partir da plataforma TABNET/DATASUS (BRASIL, 2025).

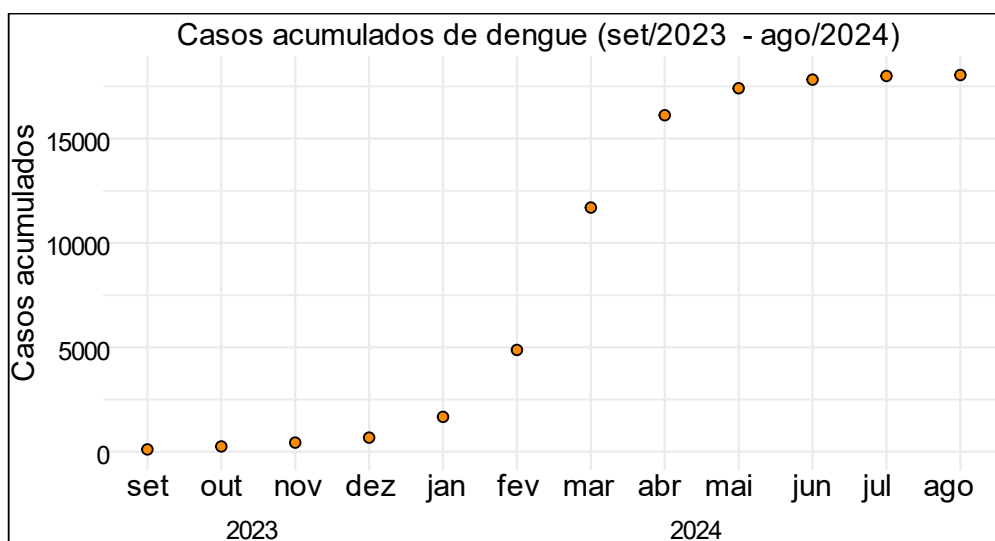
Observa-se na Figura 7 a baixa incidência de casos entre setembro e dezembro, porém os casos estão ligeiramente aumentando. Esse período coincide com a primavera, época que o acumulado de chuva começa a aumentar.

O crescimento dos casos ocorre de janeiro a março, meses em que ocorrem maiores acumulados de chuvas, o que favorece a proliferação do vetor causador da doença. Março é o mês que ocorreu um pico epidemiológico, chegando a quase 7.000 casos confirmados.

Há um decréscimo no número de casos de abril a agosto, meses que coincidem com o outono e o inverno. É o período de seca na região e o acumulado de chuvas cai significativamente.

O gráfico da Figura 05 mostra o número acumulado de casos de dengue no período de setembro de 2023 a agosto de 2024, apresentando uma curva no formato sigmoide.

Figura 05: Casos acumulados de dengue entre setembro de 2023 a agosto de 2024



Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Nos meses de setembro de 2023 a janeiro de 2024 houve um leve crescimento dos casos. A fase de maior aceleração ocorre entre fevereiro e abril de 2024, mês de altas temperaturas e chuvas. A partir de maio de 2024, a curva entra em uma fase de estabilidade.

No gráfico, há presença de um crescimento acelerado entre fevereiro e abril e depois uma estabilidade de maio a agosto, justifica para a utilização na pesquisa de modelos de crescimento.

Modelos ajustados

Considerando o ajuste do modelo Logístico, foram considerados como chutes iniciais para os parâmetros os seguintes valores: $k = 18.000$, $r: 0,5$ e $m: 7$.

Os resultados estimados pelos parâmetros, bem como a avaliação da sua significância, estão na Tabela 3 a seguir:

Tabela 01: Resultado do ajuste do modelo Logístico.

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão	Estatística	Valor-p
k	18000.610053	120.8543138	148.94470	1.41×10^{-16}
r	1.506756	0.0549020	27.44448	5.49×10^{-10}
m	6.608191	0.0283289	233.26678	2.49×10^{-18}

Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Podemos ver pela tabela que os resultados das estimativas de todos os parâmetros foram significativos ao nível de 5%. De forma prática, em relação ao número de infectados pela dengue, tem-se que o parâmetro k é interpretado como o número máximo de casos esperados do ciclo epidêmico, que nesse caso é de aproximadamente 18.000. Deste modo, este valor pode servir como indicativo de como os serviços de saúde devem se preparar em capacidade hospitalar pensando em possíveis surtos. O parâmetro m , o pico da doença que ocorre entre os meses de fevereiro e março, sendo o momento adequado para a tomada de decisões em outubro, como intensificar campanhas de vacinação, educação sobre a dengue e eliminação de criadouros. Já o parâmetro r significa a taxa de crescimento dos casos de dengue.

Considerando o ajuste do modelo Gompertz, foram considerados como chutes iniciais para os parâmetros os seguintes valores: $k: 18.000$; $a: 0,5$ e $b: 7$. Os resultados estimados pelos parâmetros, bem como a avaliação da sua significância, estão na Tabela 02 a seguir:

Tabela 02: Resultado do ajuste de Gompertz.

Parâmetros	Estimativa	Erro padrão	Estatística	Valor-p
k	18274.696425	321.4607063	56.84893	8.12×10^{-13}
a	1.028174	0.0938539	10.95505	1.67×10^{-6}
b	6.200600	0.0627755	98.77428	5.67×10^{-15}

Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Podemos ver pela tabela que os resultados das estimativas de todos os parâmetros foram significativos ao nível de 5%. Do ponto de vista da dengue o parâmetro k , indica o total máximo de casos esperados do ciclo epidêmico, que nesse caso é de aproximadamente 18.274, servindo como indicativo do modo que os serviços de saúde devem se preparar em capacidade hospitalar pensando em possíveis surtos. O parâmetro b , o pico da doença que ocorre entre os meses de fevereiro e março, sendo o momento adequado para a tomada de decisões em outubro, como intensificar campanhas de vacinação, educação sobre a dengue e eliminação de criadouros. Já o parâmetro a , significa a taxa de crescimento dos casos de dengue.

Na análise dos resíduos, tanto para o modelo Logístico, como para o modelo Gompertz, os pressupostos de normalidade, homoscedasticidade e independência foram satisfeitos (valor- $p > 0,05$), conforme os resultados dos testes Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson, exibidos na Tabela 03 a seguir.

Tabela 03: Resultados dos testes Shapiro-Wilk, Breusch-Pagan e Durbin-Watson.

Modelo	Teste	valor-p
Logístico	Shapiro-Wilk (normalidade)	0,9568
	Breusch-Pagan (Homocedasticidade)	0,4812
	Durbin-Watson (Independência)	0,0941
Gompertz	Shapiro-Wilk (normalidade)	0,8382
	Breusch-Pagan (Homocedasticidade)	0,3194
	Durbin-watson (Independência)	0,2680

Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Para a escolha do melhor modelo, foram analisados o Desvio Padrão Residual (DPR), a Soma de Quadrados dos Resíduos (SQRes) e os critérios de informação de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC). A Tabela 04 apresenta os resultados desses critérios:

Tabela 04: Resultados dos critérios de comparação de modelos.

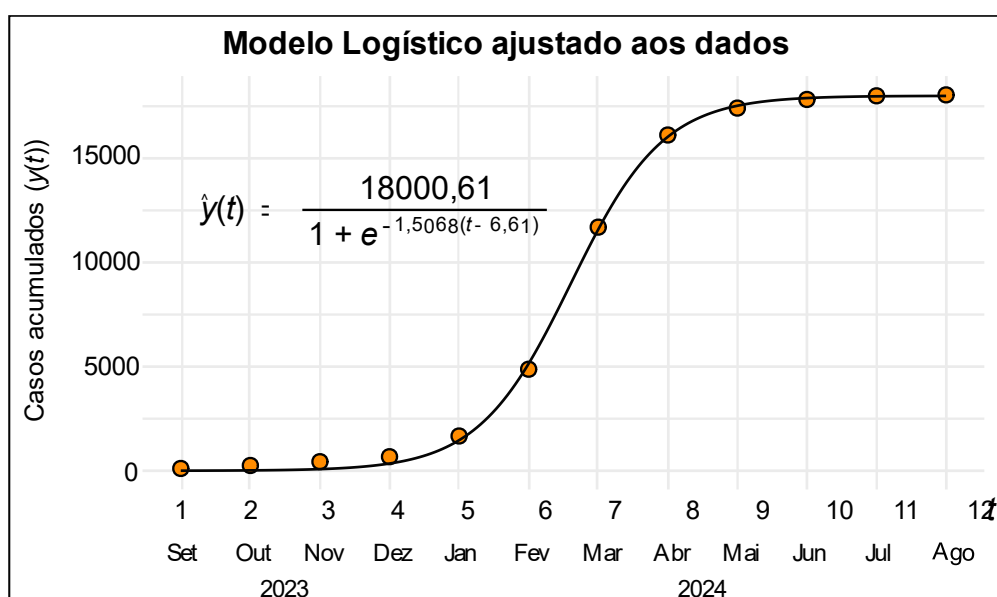
Modelo	DPR	SQRes	AIC	BIC
Logístico	225.18	456373.1	168.61	170.55
Gompertz	521.79	2450355.6	188.78	190.72

Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

Observa-se pelos resultados que o modelo Logístico apresentou menores valores de Desvio Padrão Residual (DPR), Soma de Quadrados dos Resíduos (SQRes) e dos critérios de Akaike (AIC) e Bayesiano (BIC), em comparação ao modelo Gompertz. Deste modo, o modelo Logístico foi o que apresentou o melhor desempenho em todos os parâmetros analisados.

A Figura 06 a seguir apresenta o resultado do modelo logístico ajustado aos dados acumulados do período de estudo:

Figura 06: Ajuste do modelo Logístico aos dados acumulados



Fonte: Elaborado pelos autores (2026)

O ajuste do melhor modelo demonstra o crescimento acelerado, identificando o ponto de inflexão possibilitando a tomada de medidas de prevenção estratégicas. O momento adequado para a tomada de decisões, considerando o ciclo completo de transmissão e reprodução do mosquito transmissor, é a partir do mês de outubro, sendo o momento para otimizar ações, como campanhas de vacinação, educação sobre a dengue e eliminação de criadouros de modo a evitar o pico da doença nos meses de fevereiro e março. Dessa forma, os resultados evidenciaram o potencial da modelagem matemática/estatística como ferramenta de apoio à análise epidemiológica e à tomada de decisões no contexto da saúde pública.

CONCLUSÃO

O presente trabalho utilizou de dois modelos não lineares de crescimento, Logístico e Gompertz, para estimar parâmetros e observar qual o melhor momento para a tomada de

decisões. Foram analisados os acumulados de casos da dengue no intervalo de setembro de 2023 a agosto de 2024 do município de Passos-MG.

O modelo que melhor se ajustou aos dados foi o Logístico, superando o Gompertz nos critérios Desvio Padrão Residual (DPR), Soma dos Quadrados dos Resíduos (SQRes), AIC e BIC. Além de atender os testes sobre os pressupostos de normalidade (Shapiro–Wilk), independência (Durbin-Watson) e homoscedasticidade (Breusch-Pagan) dos resíduos.

O ponto de inflexão ocorreu entre os meses de fevereiro e março e o momento adequado para otimizar ações em outubro, como campanhas de vacinação, educação sobre a dengue e eliminação de criadouros.

Para futuros trabalhos sugere-se analisar períodos de tempo maiores, bem como casos para todo o Estado de Minas Gerais e do Brasil, considerando também o uso de outros modelos não lineares de crescimento.

REFERÊNCIAS

Brasil. Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa). **Anvisa registra primeira vacina contra dengue no Brasil**. Brasília, DF: Anvisa, 2015. Disponível em: <https://www.gov.br/anvisa/pt-br/assuntos/noticias-anvisa/2016/anvisa-registra-primeira-vacina-contra-dengue-no-brasil>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa). **Qdenga: vacina dengue 1, 2, 3 e 4 (atenuada) – novo registro**. Brasília, DF: Anvisa, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/anvisa/pt-br/assuntos/medicamentos/novos-medicamentos-e-indicacoes/qdenga-vacina-dengue-1-2-3-e-4-atenuada-novo-registro>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa). **Anvisa publica registro da vacina contra a dengue do Butantan**. Brasília, DF: Anvisa, 2025. Disponível em: <https://www.gov.br/anvisa/pt-br/assuntos/noticias-anvisa/2025/anvisa-publica-registro-da-vacina-contra-a-dengue-do-butantan>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. **Guia de Vigilância em Saúde: Guia de Bolso**. 4. ed. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2024a. Disponível em: https://bvsms.saude.gov.br/bvs/publicacoes/guia_bolso_4ed.pdf. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Ministério da Saúde. **Ministério da Saúde anuncia estratégia de vacinação contra a dengue**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2024b. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/noticias/2024/janeiro/ministerio-da-saude-anuncia-estrategia-de-vacinacao-contra-a-dengue>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde e Ambiente. **Monitoramento das arboviroses**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2024c. Disponível em:

<https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/a/aedes-aegypti/monitoramento-das-arboviroses>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Brasil. Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde e Ambiente. **Série histórica: casos prováveis de dengue – 2000 a 2023**. Brasília, DF: Ministério da Saúde, 2024d. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br/assuntos/saude-de-a-a-z/d/dengue/situacao-epidemiologica/serie-historica-casos-provaveis-de-dengue-2000-2023/view>. Acesso em: 24 fev. 2026.

Burnham, Kenneth P.; Anderson, David R. **Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach**. 2. ed. New York: Springer, 2002. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/b97636>.

Climate-Data.org. **Climate data**: Passos, Brazil. [S. l.], 2026. Disponível em: <https://en.climate-data.org>. Acesso em: 8 mar. 2026.

Frühau, Ariana Campos. **Uso de modelos não lineares no estudo do crescimento diamétrico de cedro (*Cedrela fissilis*)**. 2018. 61 f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2018. Disponível em: <https://repositorio.ufla.br/handle/1/29741>. Acesso em: 24 out. 2025.

Gompertz, Benjamin. On the nature of the function expressive of the law of human mortality. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 115, p. 513–583, 1825. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/107756>. Acesso em: 24 out. 2025.

Haider, N. *et al.* Global dengue epidemic worsens with record 14 million cases and 9000 deaths reported in 2024. **International Journal of Infectious Diseases**, v. 158, p. 107940, 2025. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijid.2025.107940>.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Panorama: Passos (MG)**. Rio de Janeiro: IBGE, 2023. Disponível em: <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/passos/panorama>. Acesso em: 25 fev. 2026.

Kutner, Michael H. *et al.* **Applied linear statistical models**. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2005.

Lima-Camara, T. N. A dengue é produto do meio: uma abordagem sobre os impactos do ambiente no mosquito *Aedes aegypti* e nos casos da doença. **Revista Brasileira de Epidemiologia**, São Paulo, v. 25, supl. 1, e220048, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-549720240048.2>.

Passos. Prefeitura Municipal. **Dados gerais do município**. Passos, MG: Prefeitura de Passos, 2026. Disponível em: <https://www.passos.mg.gov.br/dados-gerais-do-municipio>. Acesso em: 25 fev. 2026.

Pereira, Rafael H. M. *et al.* geoBR: an R package to easily download shapefiles of official spatial data sets of Brazil. **Journal of Open Source Software**, v. 8, n. 82, 2023.

R Core Team. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2025. Disponível em: <https://www.r-project.org>. Acesso em: 8 mar. 2026.

Ribeiro, Marcos. **Modelos de regressão não linear aplicados às ciências agrárias**. Viçosa: UFV, 2015.

Rodríguez Carrillo, Ricardo; Ulloa Ibarra, Verónica. Modelos de crecimiento: una aplicación comparativa entre modelos logístico y de Gompertz. **Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones**, v. 24, n. 2, p. 287–304, 2017.

Seber, George A. F.; Wild, Christopher J. **Nonlinear regression**. New York: Wiley, 2003.

Verhulst, Pierre François. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. **Correspondance Mathématique et Physique**, v. 10, p. 113–121, 1838.

Verhulst, Pierre François. Recherches mathématiques sur la loi d'accroissement de la population. **Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles**, v. 18, p. 1–41, 1845.

Wickham, Hadley. **ggplot2**: elegant graphics for data analysis. New York: Springer, 2016.

Zeileis, Achim; Hothorn, Torsten. Diagnostic checking in regression relationships. **R News**, v. 2, n. 3, p. 7–10, 2002.